Prueba de Acceso a la Universidad de Extremadura

Curso 2015-16

Asignatura: MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo de la prueba: 1h. 30 min.

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro preguntas de la opción elegida puntuará como máximo **2'5 puntos**. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN A

1.- Determine los números reales a y b sabiendo que el sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} ax & + & by & + & 3z & = & 2 \\ x & + & 2y & - & z & = & 0 \\ 3x & - & y & + & z & = & 1 \end{array}\right\}.$$

tiene al menos dos soluciones distintas.

2.- En $\mathbb{R}^3$, sea Π el plano de ecuación $x - z = 2$, y sea r la recta que pasa por los puntos $A = (1, 0, 0)$ y $B = (0, 0, b)$.

(a) (0'5 puntos) Calcule un vector director de la recta r.

(b) (0'75 puntos) Determine b para que r y Π sean perpendiculares.

(c) (0'75 puntos) Determine b para que r y Π sean paralelos.

(d) (0'5 puntos) ¿Está r contenida en Π para algún valor de b? Razone la respuesta.

3.- **(a)** (1 punto) Enuncie el *teorema de Rolle.*

(b) (1 punto) Dado un número real λ, utilice el teorema de Rolle para probar que el polinomio $P(x) = x^3 + x + \lambda$ no tiene dos raíces distintas.

(c) (0'5 puntos) ¿Tiene el polinomio $P(x) = x^3 + x + \lambda$ alguna raíz? Justifique la respuesta.

4.- Calcule el valor de la integral definida

$$\int_0^a \frac{1}{\sqrt{x}+1}\, \mathrm{d}x\,,$$

donde $a = (\mathrm{e} - 1)^2$. $\big[$El cálculo de la integral indefinida puede hacerse con el cambio de variable $t = \sqrt{x}$ (es decir, $x = t^2$), o también con el cambio de variable $u = \sqrt{x} + 1$.$\big]$

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro cuestiones de la opción elegida puntuará 2'5 puntos como máximo. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN B

1.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, obtenga las matrices X que cumplen la igualdad $AX + B^2 - 2A = 0$.

2.- En $\mathbb{R}^3$, considere el punto $P = (1, 0, 1)$ y los planos $\Pi_1 \equiv \ x + z = 0$, $\Pi_2 \equiv \ y - z = 0$. Obtenga un plano Π_3 que cumpla a la vez las siguientes condiciones: (i) $P \in \Pi_3$; (ii) Π_1 corta a Π_3 en una recta; (iii) los planos Π_1 Π_2 y Π_3 no tienen puntos en común.

3.- **(a)** (2 puntos) Estudie el dominio, el signo, las asíntotas verticales y las asíntotas horizontales de la función

$$f(x) = \frac{2x - 1}{-x^2 + x}.$$

(b) (0'5 puntos) Utilizando los datos obtenidos en el apartado anterior, represente, aproximadamente, la gráfica de la función $f(x)$.

4.- **(a)** (0'5 puntos) Escriba la "regla de la cadena" para la derivación de funciones compuestas.

(b) (1 punto) Calcule la derivada de la función

$$f(x) = \ln\left(\cos^2 x\right), \qquad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}.$$

(c) (1 punto) Obtenga, utilizando el apartado **(b)**, una primitiva $G(x)$ de la función $g(x) = \operatorname{tg} x$ que cumpla $G(0) = 1$.